

# Cálculo

## Pré Cálculo - Funções



Prof. Me. Flávio Murilo de Carvalho Leal  
Instituto Centro de Ensino Tecnológico  
Faculdade de Tecnologia do Cariri

Uma função é uma regra que associa cada valor de entrada a um único valor de saída.

Podemos pensar assim:

**Entrada**  $\rightarrow$  **Processo**  $\rightarrow$  **Saída**

Exemplo simples:

$$f(x) = 2x$$

Se  $x = 3$ , então  $f(3) = 6$

Funções aparecem em diversas situações reais:

- ▶ Valor da conta de energia em função do consumo
- ▶ Distância percorrida em função do tempo
- ▶ Crescimento de uma população
- ▶ Temperatura ao longo do dia

Matemática é uma forma de descrever padrões da realidade.

**Domínio:** valores que podem entrar na função.

**Imagem:** valores produzidos pela função.

Exemplo:

$$f(x) = \sqrt{x}$$

Não podemos calcular raiz quadrada de número negativo (no conjunto dos reais).

Logo:

Domínio:  $x \geq 0$

Uma função pode ser representada de várias formas:

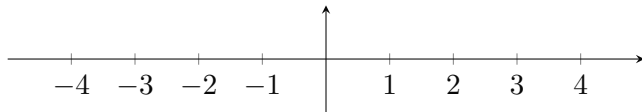
- ▶ Fórmula matemática
- ▶ Tabela de valores
- ▶ Gráfico
- ▶ Descrição verbal

Cada representação ajuda a entender um aspecto diferente.

Os números reais podem ser representados em uma reta.

Cada ponto da reta corresponde a um número.

- ▶ Números positivos ficam à direita do zero
- ▶ Números negativos ficam à esquerda do zero
- ▶ O zero é o ponto de referência



Mover-se na reta significa aumentar ou diminuir valores.

Nem sempre analisamos apenas um número, mas conjuntos de números.

Exemplo:

$$x \geq 2$$

Significa todos os números a partir do 2.

Esses conjuntos são chamados de **intervalos**.

O plano cartesiano é formado por duas retas numéricas:

- ▶ Eixo horizontal (eixo  $x$ )
- ▶ Eixo vertical (eixo  $y$ )

Eles se cruzam no ponto  $(0, 0)$ , chamado de origem.

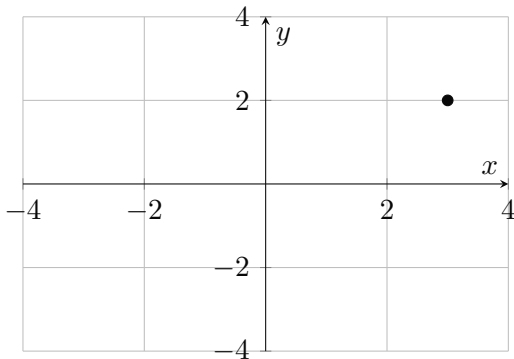
Cada ponto do plano possui um par de valores:

$$(x, y)$$

Exemplo:

$(3, 2)$  significa:

- ▶ 3 unidades na horizontal
- ▶ 2 unidades na vertical



Funções serão representadas como pontos e curvas nesse plano.

Considere a função:

$$f(x) = 2x$$

Considere a função:

$$f(x) = 2x$$

Escolhemos um valor para  $x$ .

Considere a função:

$$f(x) = 2x$$

Escolhemos um valor para  $x$ .

Calculamos o resultado da função.

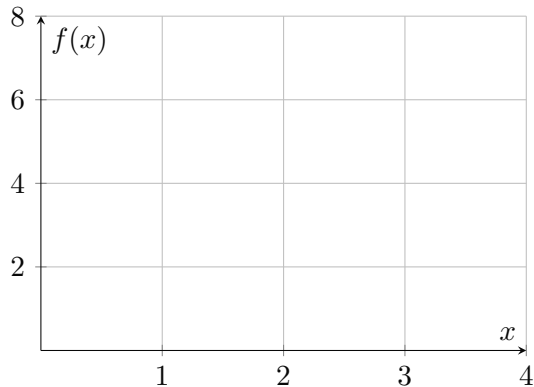
Considere a função:

$$f(x) = 2x$$

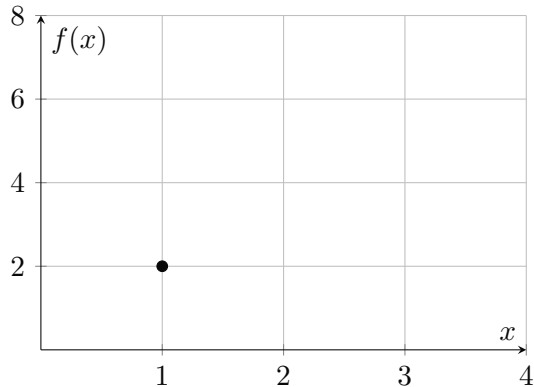
Escolhemos um valor para  $x$ .

Calculamos o resultado da função.

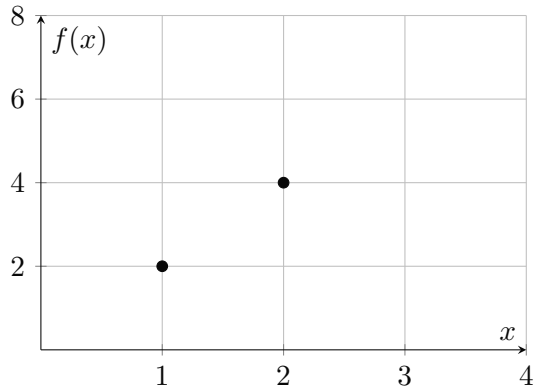
Marcamos o ponto correspondente no plano.



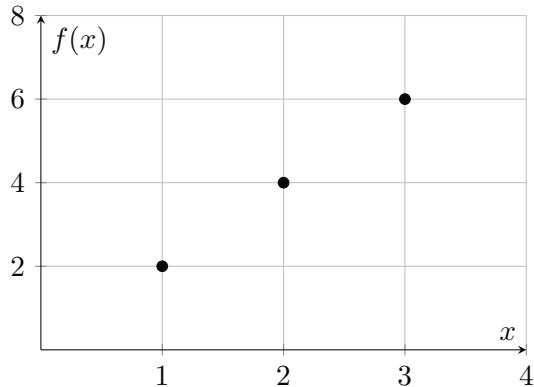
Nenhum ponto ainda.



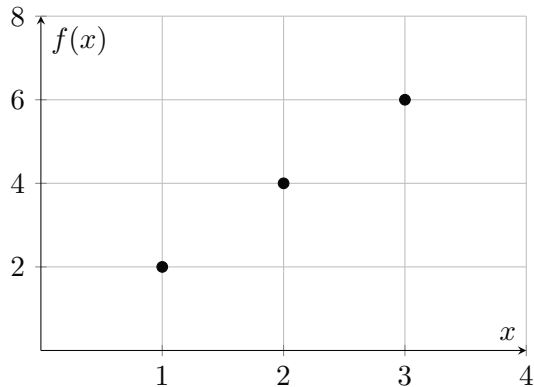
Para  $x = 1$ , temos  $f(1) = 2$ .



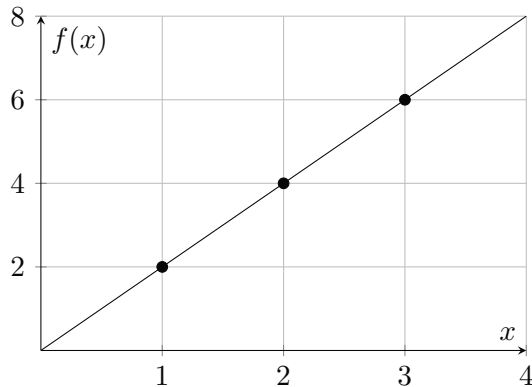
Para  $x = 2$ , temos  $f(2) = 4$ .



Para  $x = 3$ , temos  $f(3) = 6$ .



Os pontos parecem alinhados...



Eles formam uma reta. Esse é o gráfico da função.

Considere a função:

$$f(x) = x^2$$

Considere a função:

$$f(x) = x^2$$

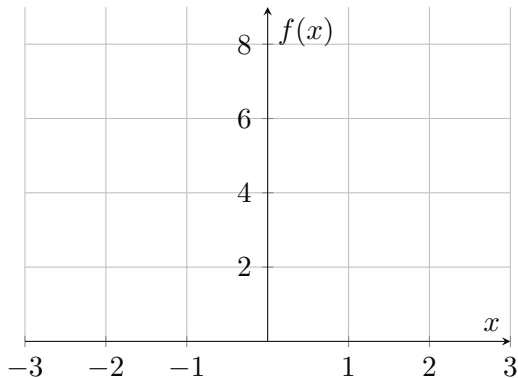
Vamos repetir o mesmo processo.

Considere a função:

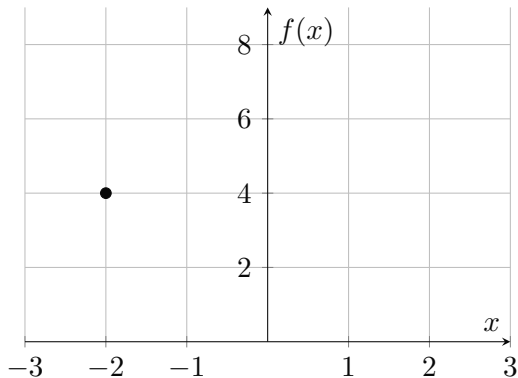
$$f(x) = x^2$$

Vamos repetir o mesmo processo.

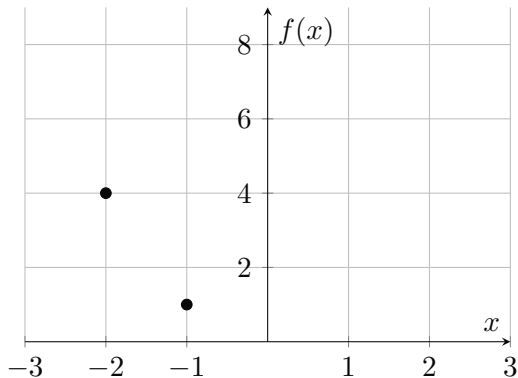
Escolher valores, calcular e marcar pontos.



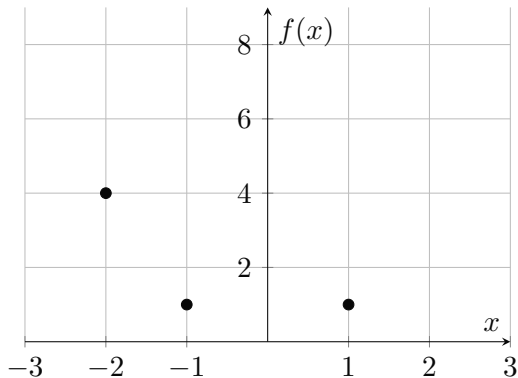
Observe os pontos surgindo.



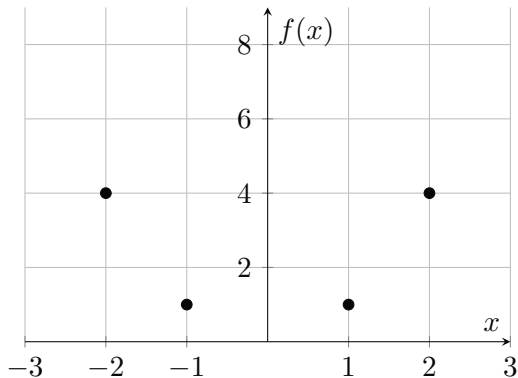
$$x = -2 \Rightarrow f(x) = 4$$



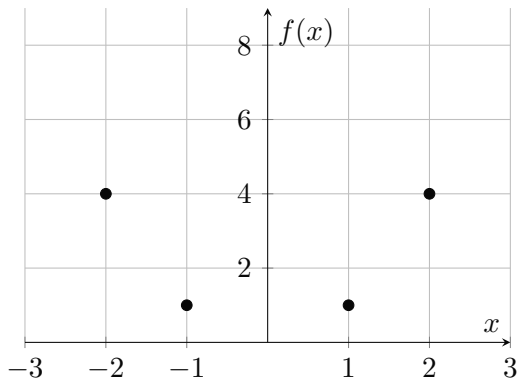
$$x = -1 \Rightarrow f(x) = 1$$



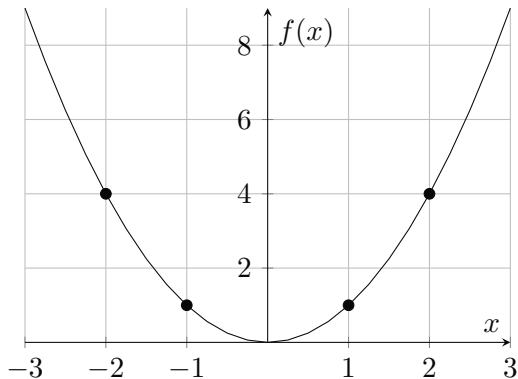
$$x = 1 \Rightarrow f(x) = 1$$



$$x = 2 \Rightarrow f(x) = 4$$



Os pontos não formam uma reta...



Eles formam uma curva chamada parábola.

Um erro frequente é inverter as coordenadas.

Um erro frequente é inverter as coordenadas.  
Exemplo correto:

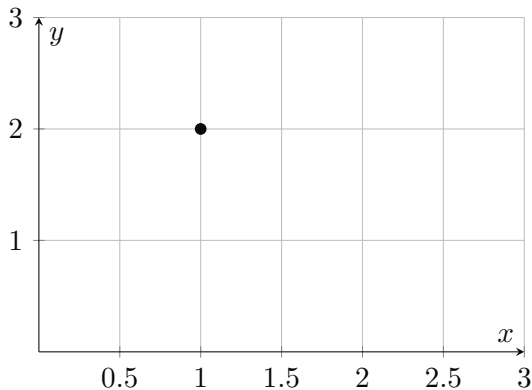
$(2, 1)$

Um erro frequente é inverter as coordenadas.  
Exemplo correto:

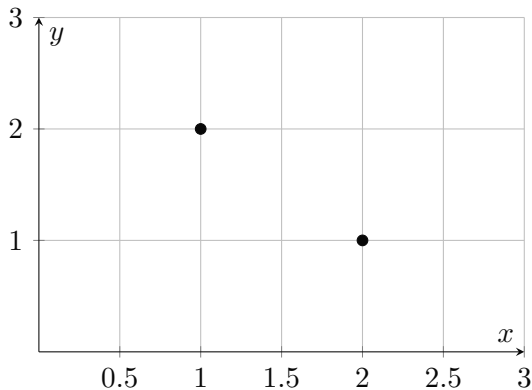
$(2, 1)$

Significa:

- ▶ 2 no eixo horizontal
- ▶ 1 no eixo vertical



Leitura incorreta de (2,1)



Leitura correta de (2,1)

A ordem importa:

$(x, y)$

Primeiro deslocamos na horizontal.

A ordem importa:

$(x, y)$

Primeiro deslocamos na horizontal.  
Depois deslocamos na vertical.

Forma geral:

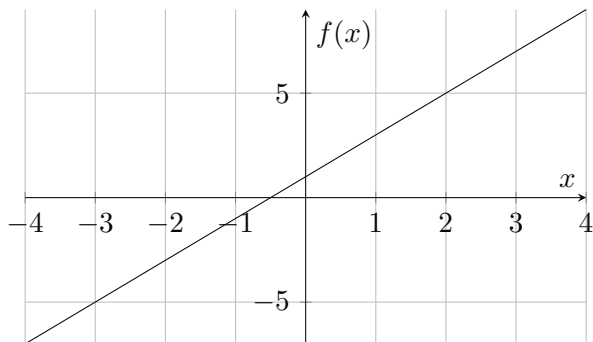
$$f(x) = ax + b$$

Exemplo real:

Custo de uma corrida de táxi:

$$\text{Preço} = 5 + 2x$$

onde  $x$  é a distância percorrida.



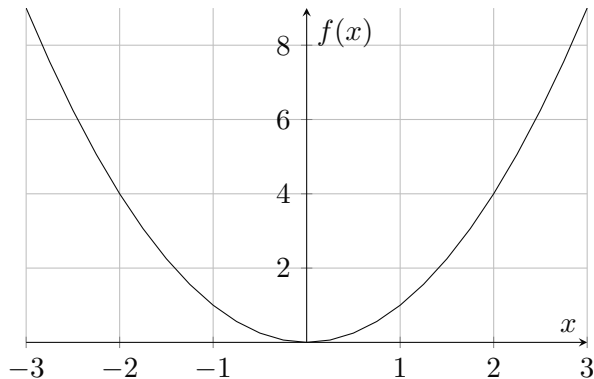
Uma função linear gera uma reta.

Forma geral:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Exemplo real:

Altura de uma bola lançada para cima ao longo do tempo.



Funções quadráticas produzem parábolas.

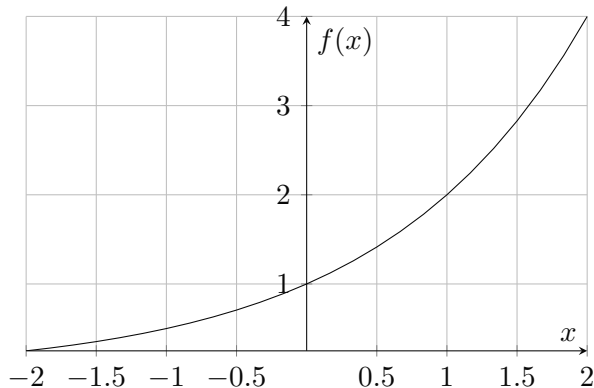
Forma típica:

$$f(x) = a^x$$

Exemplo real:

Crescimento de seguidores em uma rede social.

Crescimentos rápidos costumam ser modelados por exponenciais.



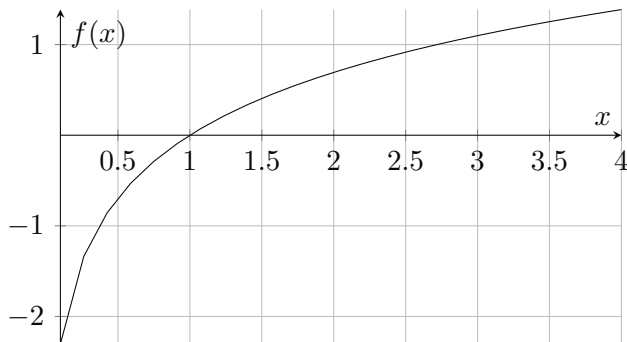
O crescimento acelera conforme  $x$  aumenta.

Relacionada à exponencial:

$$f(x) = \log(x)$$

Exemplo real:

Escala de intensidade sonora (decibéis), pH, magnitude de terremotos.



O crescimento é lento para valores grandes de  $x$ .

Funções permitem:

- ▶ Modelar fenômenos reais
- ▶ Fazer previsões
- ▶ Entender relações entre variáveis
- ▶ Desenvolver raciocínio matemático

Grande parte da matemática aplicada gira em torno de funções.

Sempre que uma quantidade depende de outra, há uma função envolvida.

Matemática é a linguagem dessas dependências.